Spojité signály Signál ≈ funkce $f(t) \quad t \in (-\infty, +\infty)$

Periodické $f(t) = f(t+P) = f(t+2P) = f(t+3P) = ...$ $\qquad P = perioda$

Fourierova řada

$$f(t) = \sum_{m=-\infty}^{m=+\infty} c_m e^{jm\omega_0 t} \qquad c_m = \frac{1}{P}\int_{t_0}^{t_0+P} f(t) e^{-jm\omega_0 t} dt \qquad m = 0, \pm 1, \pm 2, ...$$

Spektrum $c_m = \alpha_m + j\beta_m$, amplitudové= $|c_m|$, fázové= $\arg\{c_m\}$ Parcevalova rovnost: $\frac{1}{P}\int_0^P |f(t)|^2 dt = \sum_{m=-\infty}^{+\infty} |c_m|^2$

Neperiodické

Fourierova transformace

$$F(\omega) = \mathscr{F}\{f(t)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \qquad f(t) = \mathscr{F}^{-1}\{F(\omega)\} = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Spektrum $F(\omega) = \mathrm{Re}\{F(\omega)\} + j\,\mathrm{Im}\{F(\omega)\}$,

Amplitudové spektrum= $|F(\omega)|$, fázové spektrum= $\arg\{F(\omega)\}$, Parceval.rovnost: $\int_{-\infty}^{+\infty} |f(t)|^2 dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} |F(\omega)|^2 d\omega$

Spojité systémy

Diferenciální rovnice $\sum_{i=0}^{n} a_i \frac{d^i y(t)}{dt^i} = \sum_{i=0}^{m} b_i \frac{d^i u(t)}{dt^i}$ $\qquad$ Počáteční podmínky: $y^{(n-1)}(0), y^{(n-2)}(0), ... y^{(1)}(0), y(0)$

Laplaceova transformace $F(p) = \mathscr{L}\{f(t)\} = \int_0^{\infty} f(t) e^{-pt} dt \qquad f(t) = \mathscr{L}^{-1}\{F(p)\}$

$$\mathscr{L}\left\{\frac{df(t)}{dt}\right\} = -f(0) + pF(p) \qquad \mathscr{L}\{f(t-\tau)\} = e^{-\tau p} F(p)$$

Vzor $f(t)$	Obraz $F(p)$	Limitní věty
$\delta(t)$	1	$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{p\to 0} pF(p)$
$\sigma(t)$	1/p	
$e^{-at} \quad t \ge 0$	1/(p+a)	$\lim_{t\to 0_+} f(t) = \lim_{p\to\infty} pF(p)$
$t \quad t \ge 0$	$1/p^2$	

Operátorový přenos $F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{\sum_{i=0}^{m} b_i p^i}{\sum_{i=0}^{n} a_i p^i} = \frac{b_m p^m + b_{m-1}p^{m-1} + ... + b_1 p + b_0}{a_n p^n + a_{n-1}p^{n-1} + ... + a_1 p + a_0} = \frac{B_m(p)}{A_n(p)}$

Rozložení pólů a nul $F(p) = \frac{Y(p)}{U(p)} = \frac{b_m}{a_n}\frac{(p-n_1)(p-n_2)...(p-n_m)}{(p-p_1)(p-p_2)...(p-p_n)}$

Frekvenční přenos $F(j\omega) = F(p)|_{p=j\omega} = \mathrm{Re}\{F(j\omega)\} + j\,\mathrm{Im}\{F(j\omega)\}$

Frekvenční charakteristiky: - v komplexní rovině $F(j\omega) = F(p)|_{p=j\omega} = \mathrm{Re}\{F(j\omega)\} + j\,\mathrm{Im}\{F(j\omega)\}$

- Amplitudová v log. souřadnicích = $|F(j\omega)|_{dB}$, fázová= $\arg\{F(j\omega)\}$

Impulsní charakteristika $g(t) = \mathscr{L}^{-1}\{F(p)\} \quad \Leftrightarrow \quad F(p) = \mathscr{L}\{g(t)\}$

Přechodová charakteristika $h(t) = \mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{p}F(p)\right\} \quad \Leftrightarrow \quad F(p) = p\mathscr{L}\{h(t)\}$

Vztah mezi impulsovou a přechodovou charakteristikou $h(t) = \int_0^t g(\tau) d\tau \qquad g(t) = \frac{dh(t)}{dt}$

Diskrétní signály Signál ≈ posloupnost $f(k)\quad k\in(-\infty,+\infty)$

Periodické $f(k)=f(k+N)=f(k+2N)=f(k+3N)=\ldots\quad N=perioda$

Diskrétní Fourierova řada

$$f(k)=\sum_{m=0}^{N-1}c_m e^{jm\frac{2\pi}{N}k}\qquad k=0,1,2,\ldots N-1\qquad\qquad c_m=\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}f(k)e^{-jm\frac{2\pi}{N}k}\qquad m=0,1,2,\ldots N-1$$

Spektrum $c_m=\alpha_m+j\beta_m$, amplitudové = $|c_m|$, fázové = $\arg\{c_m\}$. Parcevalova rovnost $\frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|f(k)|^2=\sum_{m=0}^{N-1}|c_m|^2$

Neperiodické

Diskrétní Fourierova transformace

$$F(m)=\mathscr{D}\{f(k)\}=\sum_{k=0}^{N-1}f(k)e^{-jm\frac{2\pi}{N}k}\quad m=0,1,\ldots N-1\quad f(k)=\mathscr{D}^{-1}\{F(m)\}=\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}F(m)e^{+jm\frac{2\pi}{N}k}\quad k=0,1,\ldots N-1$$

Spektrum $F(m)=\operatorname{Re}\{F(m)\}+j\operatorname{Im}\{F(m)\}$

Amplitudové spektrum= $|F(m)|$, fázové spektrum= $\arg\{F(m)\}$ Parcevalova rovnost: $\sum_{k=0}^{N-1}|f(k)|^2=\frac{1}{N}\sum_{m=0}^{N-1}|F(m)|^2$

Diskrétní systémy

Diferenční rovnice $\sum_{i=0}^{n}a_{n-i}y(k-i)=\sum_{i=0}^{m}b_{m-i}u(k-i)$ poč. podmínky $y(-1),y(-2),\ldots y(-n)$

Z transformace $F(z)=\mathscr{Z}\{f(k)\}=\sum_{k=0}^{\infty}f(k)z^{-k}$ $\qquad f(k)=\mathscr{Z}^{-1}\{F(z)\}$ $\qquad \mathscr{Z}\{f(k-i)\}=z^{-i}F(z)$

Vzor $f(k)$	Obraz $F(z)$	Limitní věty
$\delta(k)$	1	$f(0)=\lim_{z\to\infty}F(z)$
$\sigma(k)$	z/(z-1)	
$a^k\quad k\ge 0$	z/(z-a)	$\lim_{k\to\infty}f(k)=\lim_{z\to 1_+}\left[(z-1)F(z)\right]$
$k\quad k\ge 0$	$z/(z-1)^2$	

Operátorový přenos:

$$F(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{\sum_{i=0}^{m}b_{m-i}z^{-i}}{\sum_{i=0}^{n}a_{n-i}z^{-i}}=\frac{b_m z^0+b_{m-1}z^{-1}+\ldots+b_0z^{-m}}{a_nz^0+a_{n-1}z^{-1}+\ldots+a_0z^{-n}}\qquad F(z)=\frac{b_mz^m+b_{m-1}z^{m-1}+\ldots+b_0z^0}{a_nz^n+a_{n-1}z^{n-1}+\ldots+a_0z^0}=\frac{B_m(z)}{A_n(z)}$$

Rozložení pólů a nul $F(z)=\frac{B_m(z)}{A_n(z)}=\frac{b_m}{a_n}\frac{(z-n_1)(z-n_2)\ldots(z-n_m)}{(z-p_1)(z-p_2)\ldots(z-p_n)}$

Frekvenční přenos $F(j\omega)=F(z)\big|_{z=e^{j\omega T}}=\operatorname{Re}\{F(\omega)\}+j\operatorname{Im}\{F(\omega)\}$ $\qquad\omega\in(0,2\pi/T),\ \omega\in(-\pi/T,+\pi/T)$

Frekvenční charakteristiky: Amplitudová = $|F(\omega)|$, fázová $\arg\{F(\omega)\}$

Impulsní charakteristika $g(k)=\mathscr{Z}^{-1}\{F(z)\}\ \Leftrightarrow\ F(z)=\mathscr{Z}\{g(k)\}$

Přechodová charakteristika $h(k)=\mathscr{Z}^{-1}\left\{\frac{z}{z-1}F(z)\right\}\ \Leftrightarrow\ F(z)=\frac{z-1}{z}\mathscr{Z}\{h(k)\}$

Vztah mezi impulsovou a přechodovou charakteristikou $h(k)=\sum_{i=0}^{k}g(i)\qquad g(k)=h(k)-h(k-1)$

Diskretizace spojitých systémů

$$y(t)=\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{p}F(p)\right\}\quad y(k)=y(t)\big|_{t=kT}\qquad F_e(z)=\left(1-z^{-1}\right)\mathscr{Z}\{y(k)\}$$