BSAS 2014/15 Termín 1 skupina B

**1.** Je dán spojitý signál $f(t) = -t\left[\sigma(t-a/2)-\sigma(t+a/2)\right],\ t\in(-\infty,+\infty), a>0$ . (**15b**)

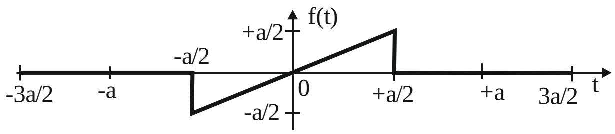
**a)** Načrtněte jeho průběh pro $t\in(-3a/2,+3a/2)$ . Rozhodněte, zda je periodický. V případě, že ano, určete jeho základní periodu $P$ a základní kmitočet $\omega_0$ . **5b**

**b)** Vypočtěte stejnosměrnou složku signálu a výsledek zdůvodněte. **5b**

**c)** Vypočtěte energii signálu. **5b**

**Řešení:**

a)




Signál není periodický.

b) Stejnosměrná složka:

$$F(\omega=0)=\int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,dt=\int_{-a/2}^{+a/2} t\,dt=\left[t^2/2\right]_{-a/2}^{+a/2}=\frac{1}{2}\left(\frac{a^2}{4}-\frac{a^2}{4}\right)=0$$

Stejnosměrná složka je nulová, protože plochy signálu pod osou i nad osou jsou stejné.

c) Energie signálu:

$$E=\int_{-\infty}^{+\infty}\left|f(t)\right|^2 dt=\int_{-a/2}^{+a/2} t^2 dt=\left[t^3/3\right]_{-a/2}^{+a/2}=\frac{1}{3}\left(\frac{a^3}{8}+\frac{a^3}{8}\right)=\frac{a^3}{12}.$$

BSAS 2014/15 Termín 1 skupina B

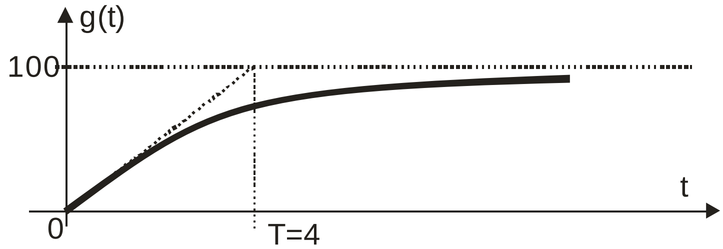
2006/07

**1.** Spojitý systém má impulsní charakteristiku $g(t)=\begin{cases}100\left(1-e^{-t/4}\right) & t\ge 0\\ 0 & t<0\end{cases}$ (**20b**)

a) Načrtněte tuto charakteristiku (**3b**). Popište a ocejchujte osy. Na časové ose vyznačte hodnotu časové konstanty systému (**3b**).
b) Vypočtěte přechodovou charakteristiku $h(t)$ (**5b**).
c) Vypočtěte operátorový přenos systému (**5b**)
d) Na vstupu systému působí signál $u(t)=2\delta(t)$. Určete ustálenou hodnotu výstupu systému. (**4b**)

**Řešení:**

**a)** Platí $g(0)=0,\ g(\infty)=100,\ g'(t)=\dfrac{100}{4}e^{-t/4} \quad\Rightarrow\quad g'(0)=\dfrac{100}{4}$




**b)** Platí $h(t)=\int_0^t g(\tau)d\tau=100\int_0^t 1d\tau-100\int_0^t e^{-\tau/4}d\tau=100[\tau]_0^t-100\left[-4e^{-\tau/4}\right]_0^t=100\left[t+4\left(e^{-t/4}-1\right)\right]$

**c)** Platí

$$F(p)=\mathcal{L}\{g(t)\}=\mathcal{L}\left\{100\left(1-e^{-t/4}\right)\right\}=\frac{100}{p}-\frac{100}{p+1/4}=\frac{100}{p}-\frac{400}{4p+1}=\frac{400p+100-400p}{p(4p+1)}=\frac{100}{p(4p+1)}$$

**d)** Na vstupu působí Diracův impuls o ploše 2. Odezva systému na takový signál je rovna $2g(t)$ a proto pro ustálenou hodnotu platí

$$\lim_{t\to\infty}2g(t)=2\lim_{t\to\infty}g(t)=200$$

Nebo pomocí limitní věty:

$$Y(p)=\mathcal{L}\{2\delta(t)\}F(p)=2\frac{100}{p(4p+1)}$$

$$\lim_{t\to\infty}y(t)=\lim_{p\to 0}pY(p)=\lim_{p\to 0}p\frac{200}{p(4p+1)}=\lim_{p\to 0}\frac{200}{(4p+1)}=200$$

BSAS 2014/15 Termín 1 skupina B

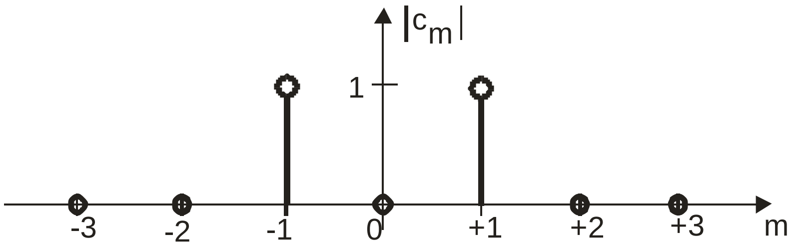
2006/07

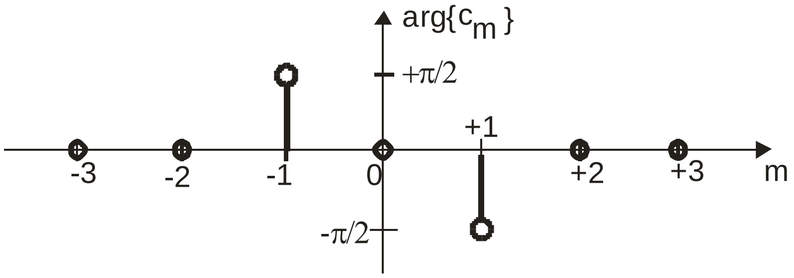
**3.** Hodnoty koeficientů spektra diskrétního periodického signálu s periodou $N=8$ jsou $c_{-1}=+j, c_{+1}=-j$ a ostatní koeficienty jsou nulové. (**15b**)

**a)** Načrtněte amplitudové a fázové spektrum. Popište a ocejchujte osy (**5b**)
**b)** Vypočtěte tento diskrétní signál (**5b**)
**c)** Načrtněte jednu periodu signálu. Popište a ocejchujte osy. (**5b**)

**Řešení:**

**a)** Platí $|c_{-1}|=|+j|=1, \arg\{c_{-1}\}=+\pi/2, \quad |c_{+1}|=|-j|=1, \arg\{c_{+1}\}=-\pi/2$




**b)** Platí: Vzhledem k tomu, že i spektrum je periodické s periodou $N$ lze v inverzní DFŘ sčítat od libovolného indexu počínaje tj.

$$f(k)=\sum_{m=0}^{8-1} c_m e^{jm\frac{2\pi}{8}k} = \sum_{m=-1}^{8-2} c_m e^{jm\frac{2\pi}{8}k} = c_{-1}e^{j(-1)\frac{2\pi}{8}k}+c_0 e^{j(0)\frac{2\pi}{8}k}+c_{+1}e^{j(+1)\frac{2\pi}{8}k}+..+c_{+5}e^{j(+5)\frac{2\pi}{8}k}+c_{+6}e^{j(+6)\frac{2\pi}{8}k}$$

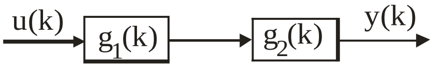
**c)** Je zřejmé, že z celé této řady jsou nenulové jen koeficienty $c_{-1}=+j, c_{+1}=-j$ a ostatní koeficienty jsou nulové. Proto

$$f(k)=c_{-1}e^{j(-1)\frac{2\pi}{N}k}+c_{+1}e^{j(+1)\frac{2\pi}{N}k} = je^{-j\frac{2\pi}{N}k} - je^{+j\frac{2\pi}{N}k} = 2\frac{e^{+j\frac{2\pi}{N}k}-e^{-j\frac{2\pi}{N}k}}{2j} = 2\sin\frac{2\pi}{N}k$$

BSAS 2014/15 Termín 1 skupina B

2006/07

**4.** Je dán diskrétní systém podle obrázku a pro impulsní charakteristiky platí




$$g_1(k)=\begin{cases}(-0,4)^k & k\ge 0\\ 0 & k<0\end{cases}\qquad g_2(k)=\begin{cases}(-0,8)^k & k\ge 0\\ 0 & k<0\end{cases}$$

**(20b)**

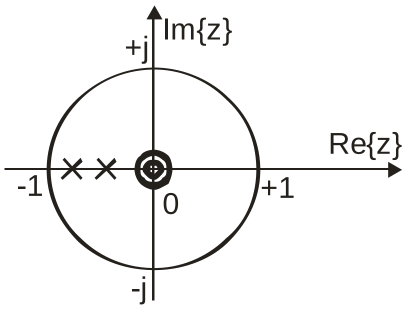
**a)** Vypočtěte operátorový přenos celého systému (**4b**)
**b)** Načrtněte rozložení pólů a nul. Popište osy. (**4b**)
**c)** Vypočtěte impulsní charakteristiku celého systému (**4b**)
**d)** Určete diferenční rovnici celého systému (**4b**)
**e)** Rozhodněte o stabilitě celého systému, zdůvodněte. (**4b**)

**Řešení:**
**a)** Platí

$$F_1(z)=\mathcal{Z}\{g_1(k)\}=\frac{z}{z+0,4},\quad F_2(z)=\mathcal{Z}\{g_2(k)\}=\frac{z}{z+0,8},$$

$$F(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=F_1(z)F_2(z)=\frac{z}{z+0,4}\,\frac{z}{z+0,8}=\frac{z^2}{(z+0,4)(z+0,8)}$$

**b)** Systém má dva póly $z_1=-0,4;\ z_2=-0,8$ a jednu dvojnásobnou nulu $n_1=n_2=0$.




**c)** Pro impulsní charakteristiku platí

$$F(z)=\frac{z^2}{(z+0,4)(z+0,8)}=\frac{Az}{z+0,4}+\frac{Bz}{z+0,8}=\frac{Az^2+0,8Az+Bz^2+0,4Bz}{(z+0,4)(z+0,8)}\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\begin{matrix}A+B=1\\0,8A+0,4B=0\end{matrix}\ \Rightarrow\ \begin{matrix}A=1-B\\0,8(1-B)+0,4B=0\end{matrix}\ \Rightarrow\ \begin{matrix}A=1-B\\0,8-0,4B=0\end{matrix}\ \Rightarrow\ \begin{matrix}A=-1\\B=2\end{matrix}$$

$$F(z)=\frac{2z}{z+0,8}-\frac{z}{z+0,4}=\frac{2}{1+0,8z^{-1}}-\frac{1}{1+0,4z^{-1}}\Rightarrow g(k)=\mathcal{Z}^{-1}\{F(z)\}=\begin{cases}2(-0,8)^k-(-0,4)^k & k\ge 0\\ 0 & k<0\end{cases}$$

**d)** pro diferenční rovnici platí

$$F(z)=\frac{z^2}{(z+0,4)(z+0,8)}=\frac{z^2}{z^2+1,2z+0,32}=\frac{1}{1+1,2z^{-1}+0,32z^{-2}}=\frac{Y(z)}{U(z)}\quad\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\quad Y(z)\left(1+1,2z^{-1}+0,32z^{-2}\right)=U(z)\quad\Rightarrow\quad y(k)+1,2y(k-1)+0,32y(k-2)=u(k)$$

**e)** Oba póly systému leží uvnitř jednotkové kružnice, a proto je systém stabilní.