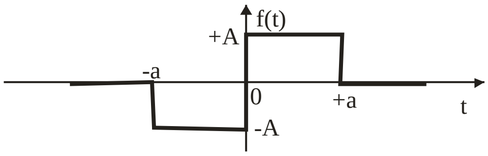
ISPS, Termín 1 8.1.2013, 70b	Jméno	ID

Příklad 1. Je dán spojitý signál $f(t) = A\left[2\sigma(t) - \sigma(t+a) - \sigma(t-a)\right] kde\ A, a > 0$ (**15b**)

a) Načrtněte časový průběh signálu. (**6b**)
b) Rozhodněte, zda je periodický (**3b**)
c) Určete hodnotu spektra pro kmitočet $\omega = 0$. (**6b**)

Řešení

a)



b) Signál není periodický
c) Pro hodnotu spektra v kmitočtu $\omega = 0$ platí:

$$F(\omega)\Big|_{\omega=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt\Big|_{\omega=0} = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) dt = \int_{-a}^{0} A dt - \int_{0}^{+a} A dt = A\left\{[t]_{-a}^{0} - [t]_{0}^{+a}\right\} = A\{+a-a\} = 0$$

Příklad 2. Spojitý systém je popsán diferenciální rovnicí $2y'(t)+y(t)=10u(t)$ kde $y(t)$ je výstup systémy a $u(t)$ je jeho vstup. (**20b)**

a)Vypočtěte operátorový přenos systému. **(4b**)

b) Načrtněte rozložení pólů a nul. Popište osy. Rozhodněte o stabilitě systému. (**1b**)

c) Vypočtěte impulsovou charakteristiku (**4b**) a načrtněte ji. Popište a ocejchujte osy. (**1b**)

d) Vypočtěte přechodovou charakteristiku (**4b**) a načrtněte ji. Popište a ocejchujte osy. (**1b**)

e) Načrtněte amplitudovou asymptotickou a fázovou frekvenční charakteristiku v logaritmických souřadnicích. Popište a ocejchujte osy. (**5b**)

Řešení

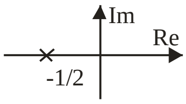
a) Pro operátorový přenos platí:

$$2y'(t)+y(t)=10u(t) \quad / \mathscr{L}$$

$$2pY(p)+Y(p)=10U(p)$$

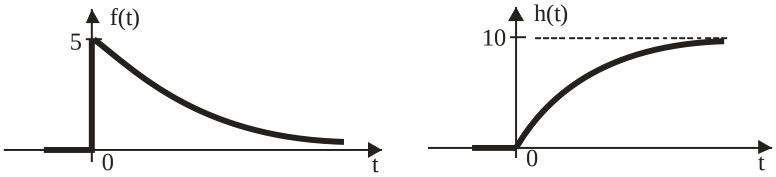
$$F(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{10}{2p+1}$$

b) Systém nemá žádnou nulu a má jediný pól $p_1=-1/2$. Pól leží v levé polorovině- systém je stabilní



c) Pro impulsovou charakteristiku platí:

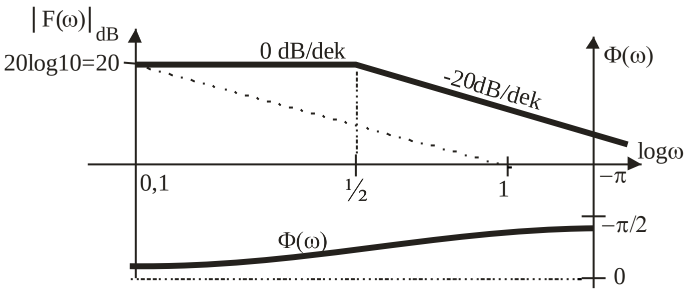
$$g(t)=\mathscr{L}^{-1}\{F(p)\}=\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{10}{2p+1}\right\}=\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{5}{p+1/2}\right\}=\begin{cases}5e^{-t/2} & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$$



d) Pro přechodovou charakteristiku platí:

$$h(t)=\int_0^t g(\tau)d\tau=\int_0^t 5e^{-\tau/2}d\tau=5\left[\frac{e^{-\tau/2}}{-1/2}\right]_0^t=5\left(\frac{e^{-t/2}}{-1/2}-\frac{1}{-1/2}\right)=\begin{cases}10\left(1-e^{-t/2}\right) & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$$

e) Amplitudová asymptotická a fázová frekvenční charakteristika v logaritmických souřadnicích.



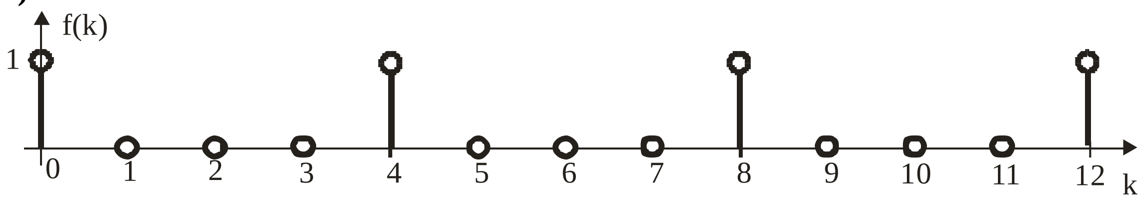
Příklad 3. Je dán diskrétní signál

$$f(k)=\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta(k-4i)=...+\delta(k+8)+\delta(k+4)+\delta(k)+\delta(k-4)+\delta(k-8)+...\ .\ (\mathbf{15b})$$

a) Načrtněte hodnoty signálu pro $k=0,1,2,...12$ (**2b**). Popište osy (**1b**). Ocejchujte osy (**1b**).
b) Je tento signál periodický? Pokud ano, určete jeho periodu. (**2b**)
c) Vypočtěte spektrum tohoto signálu. (**5b**)
d) Načrtněte amplitudové a fázové spektrum pro $m=0,1,2,3$ (**2b**). Popište osy (**1b**). Ocejchujte osy (**1b**).

Řešení

a)



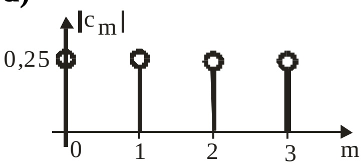
b) Z obrázku je patrno, že signál je periodický a má periodu $N=4$.

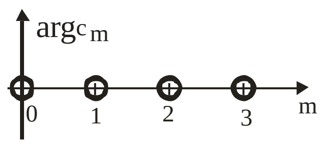
c) Pro výpočet koeficientů diskrétní Fourierovy řady platí

$c_m=\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{3}f(k)e^{-jm\frac{2\pi}{4}k}\quad m=0,1,2,3$. Jelikož $f(1)=f(2)=f(3)=0$ bude

$$c_m=\frac{1}{4}f(0)e^{-jm\frac{2\pi}{4}0}=\frac{1}{4}\quad m=0,1,2,3$$

d)





Příklad 4. Lineární diskrétní systém se vstupem $u(k)$ a výstupem $y(k)$ je popsán diferenční rovnicí $y(k)-0,5y(k-1)=u(k-1)$. (**20b**)

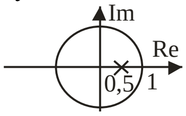
a) Vypočtěte Z přenos systému. (**4b**)
b) Načrtněte rozložení pólů a nul. Popište osy. Určete stabilitu systému. (**4b**)
c) Vypočtěte impulsovou charakteristiku (**3b**) a načrtněte ji pro první 4 hodnoty. (**3b**)
d) Vypočtěte přechodovou charakteristiku (**3b**) a načrtněte ji pro první 4 hodnoty. (**3b**)

Řešení

a) $Y(z)-0,5z^{-1}Y(z)=z^{-1}U(z)$

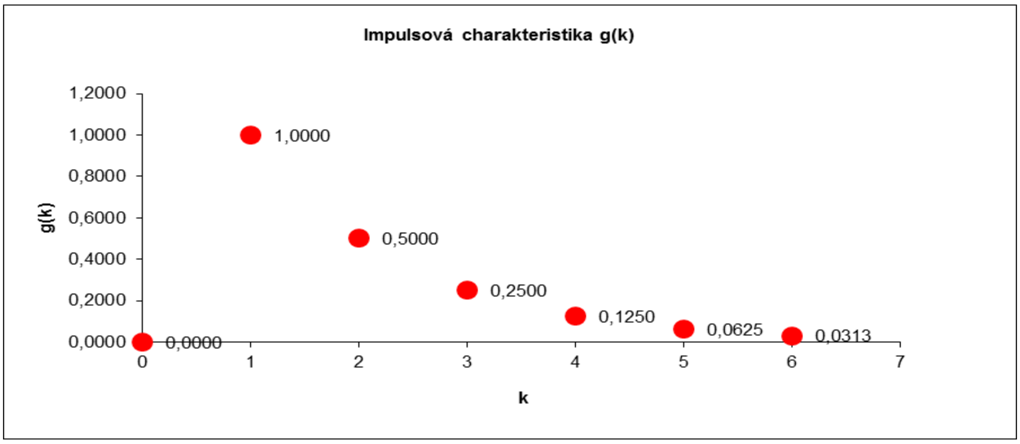
$$F(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{z^{-1}}{1-0,5z^{-1}}=\frac{1}{z-0,5}$$

b) Systém nemá žádnou nulu a má jeden pól $z_1=+0,5$. Pól leží uvnitř jednotkové kružnice, a proto je systém stabilní.



c) Způsob 1- výpočet z operátorového přenosu

$$g(k)=\mathcal{Z}^{-1}\{F(z)\}=\mathcal{Z}^{-1}\left\{\frac{1}{z-0,5}\right\}=\mathcal{Z}^{-1}\left\{\frac{z}{z-0,5}z^{-1}\right\}=\begin{cases}(0,5)^{k-1} & k>0\\ 0 & k\le 0\end{cases}$$



Způsob 2- přímé řešení diferenční rovnice

$$y(k)-0,5y(k-1)=u(k-1)\quad u(k)=\delta(k)$$

$$k=0\quad y(0)=0,5y(-1)+u(-1)=0+0=0$$

$$k=1\quad y(1)=0,5y(0)+u(0)=0+1=1$$

$$k=2\quad y(2)=0,5y(1)+u(1)=0,5+0=0,5$$

$$k=3\quad y(3)=0,5y(2)+u(2)=0,25+0=0,25$$

Způsob 3 – dělení polynomů

čitatel		jmenovatel		podíl			
z^1	z^0	z^1	z^0	z^0	z^(-1)	z(-2)	z^(-3)
0	1	1	-0,5	0,0000	1,0000	0,5000	0,2500

0 0
0 1
1 -0,5
0 0,5
0,5 -0,25
0 0,25

d) Způsob 1- výpočet z impulsové charakteristiky $h(0)=g(0)=0$ a pro $k>0$ platí:

$$h(k)=\sum_{i=0}^{k}g(i)=\sum_{i=1}^{k}(0,5)^{i-1}=\frac{1}{0,5}\sum_{i=1}^{k}(0,5)^{i}=2\left[\sum_{i=0}^{k}(0,5)^{i}-1\right]=2\left[\frac{1-(0,5)^{k+1}}{1-0,5}-1\right]=2\left[2-2(0,5)^{k+1}-1\right]=$$

$$=2\left[1-\frac{(0,5)^{k+1}}{0,5}\right]=2\left[1-(0,5)^{k}\right]$$

$$h(1)=2\left[1-(0,5)^{1}\right]=1$$

$$h(2)=2\left[1-(0,5)^{2}\right]=1,5$$

$$h(3)=2\left[1-(0,5)^{3}\right]=1,75$$

Způsob 2- přímé řešení diferenční rovnice

$$y(k)=0,5y(k-1)+u(k-1)\quad u(k)=\sigma(k)$$

$$k=0\quad y(0)=0,5y(-1)+u(-1)=0+0=0$$

$$k=1\quad y(1)=0,5y(0)+u(0)=0+1=1$$

$$k=2\quad y(2)=0,5y(1)+u(1)=0,5+1=1,5$$

$$k=3\quad y(3)=0,5y(2)+u(2)=0,75+1=1,75$$

Způsob 3 – postupnou sumací impulsové charakteristiky

$$h(k)=\sum_{i=0}^{k}g(i)\quad\Rightarrow\quad h(k)=h(k-1)+g(k)$$

$$h(0)=g(0)=0$$

$$h(1)=h(0)+g(1)=0+1=1$$

$$h(2)=h(1)+g(2)=1+0,5=1,5$$

$$h(3)=h(2)+g(3)=1,5+0,25=1,75$$