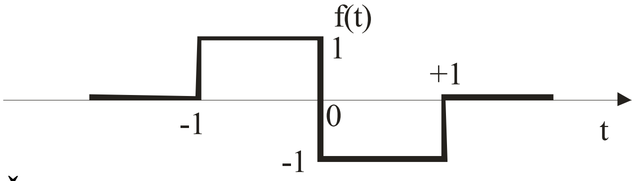
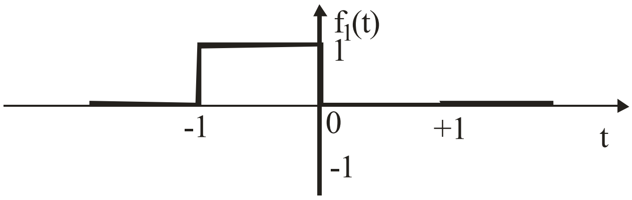
ISPS, Termín 1, sk.B 2010/11	Jméno	ID

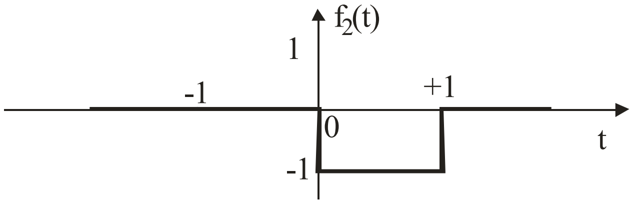
Příklad 1. Vyjádřete signál *f(t)* pomocí jednotkového skoku. (**15b**)



Řešení:

Způsob 1- Vytvoříme dva pomocné signály $f_1(t), f_2(t)$ a tyto potom sečteme.

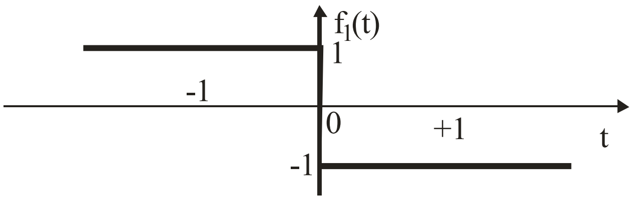


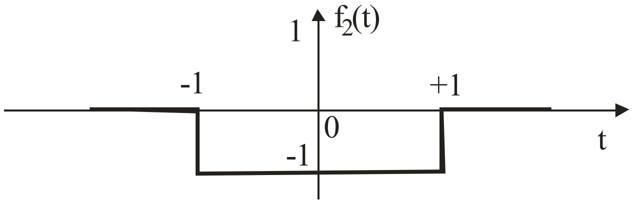


$$f_1(t) = \sigma(t+1) - \sigma(t) \qquad f_2(t) = -\sigma(t) + \sigma(t-1)$$

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) = \sigma(t+1) - \sigma(t) - \sigma(t) + \sigma(t-1) = \sigma(t+1) - 2\sigma(t) + \sigma(t-1)$$

Způsob 2- vytvoříme dva jiné pomocné signály $f_1(t), f_2(t)$ a tyto potom vynásobíme.

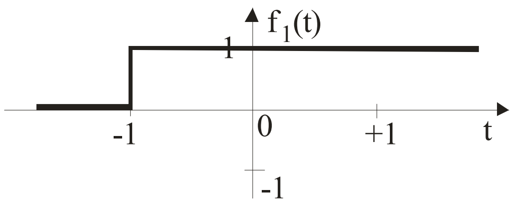


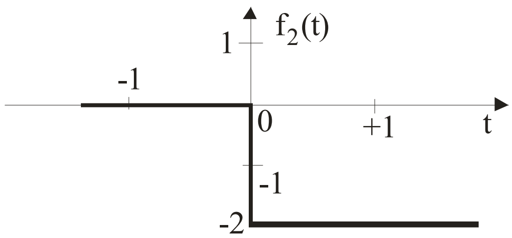


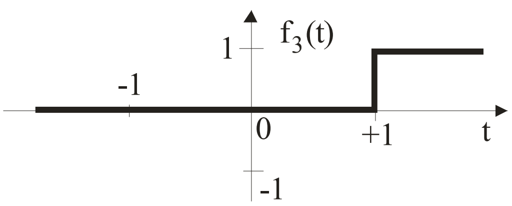
$$f_1(t) = [\sigma(-t) - \sigma(t)] \qquad f_2(t) = -[\sigma(t+1) - \sigma(t-1)]$$

$$f(t) = f_1(t)\, f_2(t) = -[\sigma(-t) - \sigma(t)][\sigma(t+1) - \sigma(t-1)]$$

Způsob 3- vytvoříme tři jiné pomocné signály $f_1(t) = \sigma(t+1), f_2(t) = -2\sigma(t), f_3(t) = \sigma(t-1)$ a tyto potom sečteme. Bude $f(t) = \sigma(t+1) - 2\sigma(t) + \sigma(t-1)$







Příklad 2. Spojitý systém je popsán diferenciální rovnicí $y'(t)+5y(t)=5u(t)$ kde $y(t)$ je výstup systémy a $u(t)$ je jeho vstup. (**20b)**

a)Vypočtěte operátorový přenos systému. **(4b**)
b) Načrtněte rozložení pólů a nul. Popište osy. Rozhodněte o stabilitě systému. **(4b**)
c) Vypočtěte impulsovou charakteristiku (**3b**) a načrtněte ji. Popište a ocejchujte osy. (**3b**)
d) Vypočtěte přechodovou charakteristiku (**3b**) a načrtněte ji. Popište a ocejchujte osy. (**3b**)

Řešení

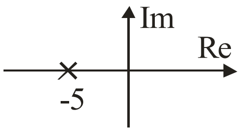
a)

$$y'(t)+5y(t)=5u(t) \quad /\mathscr{L}$$

$$pY(p)+5Y(p)=5U(p)$$

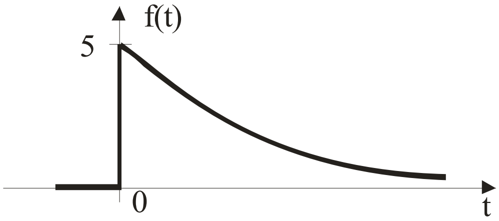
$$F(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{5}{p+5}=\frac{1}{0{,}2p+1}$$

b) Systém nemá žádnou nulu a má jediný pól $p_1=-5$. Pól leží v levé polorovině- systém je stabilní



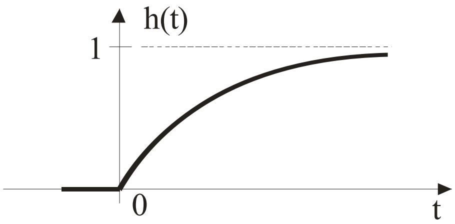
c)

$$g(t)=\mathscr{L}^{-1}\left\{F(p)\right\}=\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{5}{p+5}\right\}=5\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{p+5}\right\}=\begin{cases}5e^{-5t} & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$$



d)

$$h(t)=\int_0^t g(t)\,d\tau=\int_0^t 5e^{-5\tau}d\tau=5\left[\frac{e^{-5\tau}}{-5}\right]_0^t=\begin{cases}\left(1-e^{-2t}\right) & t\geq 0\\ 0 & t<0\end{cases}$$



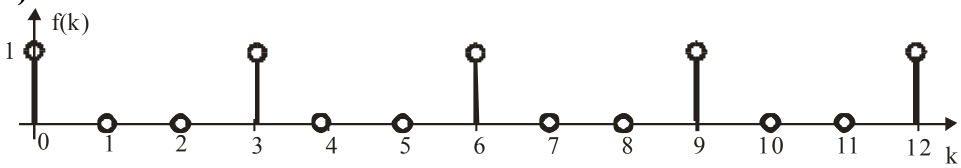
Příklad 3. Je dán diskrétní signál

$$f\left(k\right)=\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta\left(k-3i\right)=...+\delta\left(k+6\right)+\delta\left(k+3\right)+\delta\left(k\right)+\delta\left(k-3\right)+\delta\left(k-6\right)+... \quad . \ (\mathbf{15b})$$

a) Načrtněte hodnoty signálu pro $k=0,1,2,...12$ (**2b**). Popište osy (**1b**). Ocejchujte osy (**1b**).
b) Je tento signál periodický? Pokud ano, určete jeho periodu. (**2b**)
c) Vypočtěte spektrum tohoto signálu. (**5b**)
d) Načrtněte amplitudové spektrum pro $m=0,1,2$ (**2b**). Popište osy (**1b**). Ocejchujte osy (**1b**).

Řešení

a)



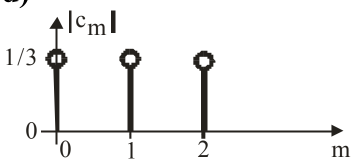
b) Z obrázku je patrno, že signál je periodický a má periodu $N=3$.

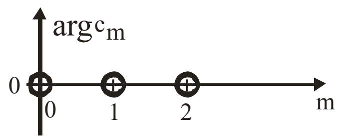
c) Pro výpočet koeficientů diskrétní Fourierovy řady platí

$$c_m=\frac{1}{3}\sum_{k=0}^{2}f\left(k\right)e^{-jm\frac{2\pi}{3}k} \quad m=0,1,2 \text{ . Jelikož } f\left(1\right)=f\left(2\right)=0 \text{ bude}$$

$$c_m=\frac{1}{3}f\left(0\right)e^{-jm\frac{2\pi}{3}0}=\frac{1}{3} \quad m=0,1,2$$

d)





Příklad 4. Lineární diskrétní systém se vstupem $u(k)$ a výstupem $y(k)$ je popsán diferenční rovnicí $y(k)-0,2y(k-1)=0,8u(k)$. (**20b**)

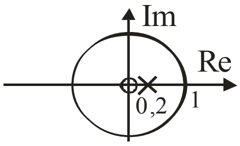
a) Vypočtěte Z přenos systému. (**4b**)
b) Načrtněte rozložení pólů a nul. Popište osy. Určete stabilitu systému. (**4b**)
c) Vypočtěte impulsovou charakteristiku (**3b**) a načrtněte ji pro první 4 hodnoty. (**3b**)
d) Vypočtěte přechodovou charakteristiku (**3b**) a načrtněte ji pro první 4 hodnoty. (**3b**)

Řešení

a) $Y(z)-0,2z^{-1}Y(z)=0,8U(z)$

$$F(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{0,8}{1-0,2z^{-1}}=\frac{0,8z}{z-0,2}$$

b) Systém má jednu nulu $n_1=0$ a jeden pól $z_1=+0,2$, který leží uvnitř jednotkové kružnice a proto je stabilní.



c) Způsob 1- výpočet z operátorového přenosu

$$g(k)=\mathscr{Z}^{-1}\{F(z)\}=\mathscr{Z}^{-1}\left\{\frac{0,8z}{z-0,2}\right\}=0,8\mathscr{Z}^{-1}\left\{\frac{z}{z-0,2}\right\}=\begin{cases}0,8(0,2)^k & k\geq 0\\ 0 & k<0\end{cases}$$

Způsob 2- přímé řešení diferenční rovnice

$$y(k)-0,2y(k-1)=0,8u(k) \quad u(k)=\delta(k)$$

$$k=0 \quad y(0)=0,2y(-1)+0,8u(0)=0+0,8=0,8$$

$$k=1 \quad y(1)=0,2y(0)+0,8u(0)=0,2.0,8+0=0,16$$

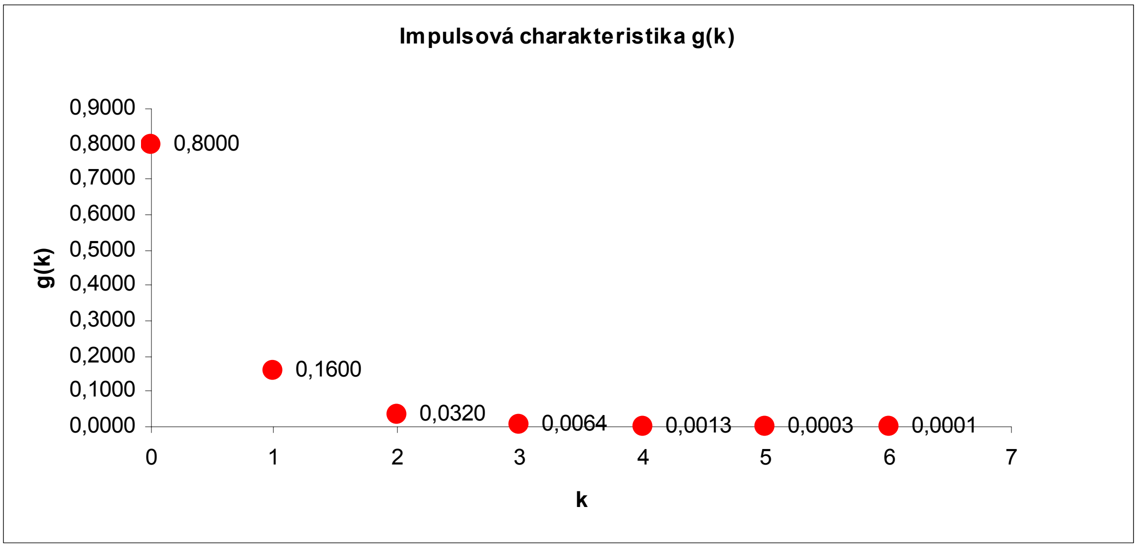
$$k=2 \quad y(2)=0,2y(1)+0,8u(1)=0,2.0,16+0=0,032$$

$$k=3 \quad y(3)=0,2y(2)+0,89u(2)=0,2.0,032+0=0,0064$$

Způsob 3 – dělení polynomů

čitatel		jmenovatel		podíl			
z^1	z^0	z^1	z^0	z^0	z^(-1)	z(-2)	z^(-3)
0,8	0	1	-0,2	0,800	0,160	0,032	0,006

0,8	-0,16		
0	0,16		
	0,16	-0,032	
	0	0,032	
		0,032	-0,006
		0	0,006



d) Způsob 1- výpočet z impulsové charakteristiky

$$h(k)=\sum_{i=0}^{k} g(i)=0,8\sum_{i=1}^{k}(0,2)^{i}=0,8\frac{1-(0,2)^{k+1}}{1-0,2}=1-(0,2)^{k+1}$$

$$h(0)=1-(0,2)^{0+1}=0,8$$

$$h(1)=1-(0,2)^{1+1}=1-0,04=0,96$$

$$h(2)=1-(0,2)^{2+1}=1-0,008=0,992$$

$$h(3)=1-(0,2)^{3+1}=1-0,0016=0,9984$$

Způsob 2- přímé řešení diferenční rovnice

$$y(k)=0,2y(k-1)+0,8u(k) \quad u(k)=\sigma(k)$$

$$k=0 \quad y(0)=0,2y(-1)+0,8u(0)=0+0,8=0,8$$

$$k=1 \quad y(1)=0,2y(0)+0,8u(1)=0,8*0,2+0,8=0,16+0,8=0,96$$

$$k=2 \quad y(2)=0,2y(1)+0,8u(2)=0,96*0,2+0,8=0,192+0,8=0,992$$

$$k=3 \quad y(3)=0,2y(2)+0,8u(3)=0,2*0,992+0,8=0,1984+0,8=0,9984$$

Způsob 3 – postupnou sumací impulsové charakteristiky

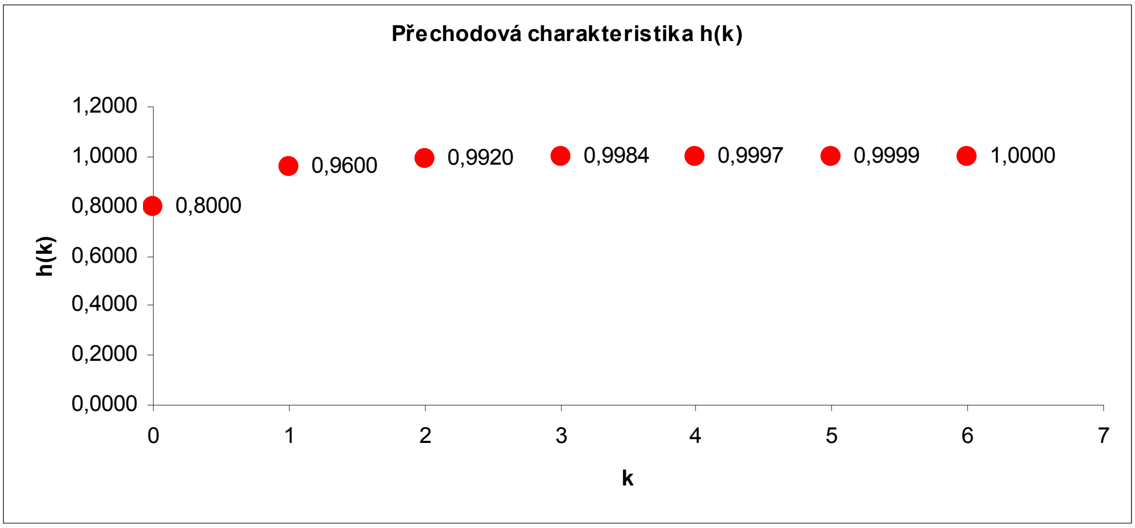
$$h(k)=\sum_{i=0}^{k} g(i) \quad \Rightarrow \quad h(k)=h(k-1)+g(k)$$

$$h(0)=g(0)=0,8$$

$$h(1)=h(0)+g(1)=0,8+0,16=0,96$$

$$h(2)=h(1)+g(2)=0,96+0,032=0,992$$

$$h(3)=h(2)+g(3)=0,992+0,0064=0,9984$$



Přechodová charakteristika h(k)
h(k)
k
1,2000
1,0000
0,8000
0,6000
0,4000
0,2000
0,0000
0
1
2
3
4
5
6
7
0,8000
0,9600
0,9920
0,9984
0,9997
0,9999
1,0000