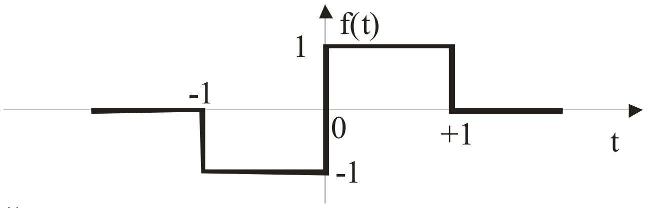
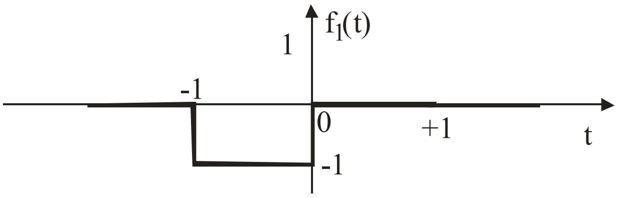
ISPS, Termín 1, sk.A 2010/11, 70b	Jméno	ID

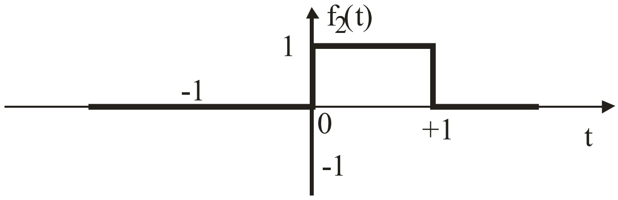
Příklad 1. Vyjádřete signál *f(t)* pomocí jednotkového skoku. (**15b**)



Řešení:

Způsob 1- Vytvoříme dva pomocné signály $f_1(t), f_2(t)$ a tyto potom sečteme.

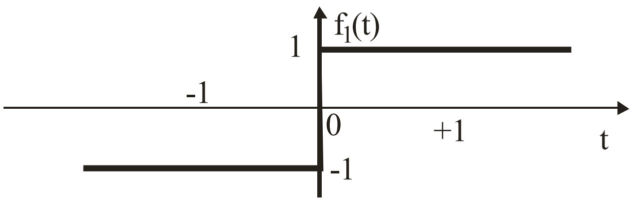


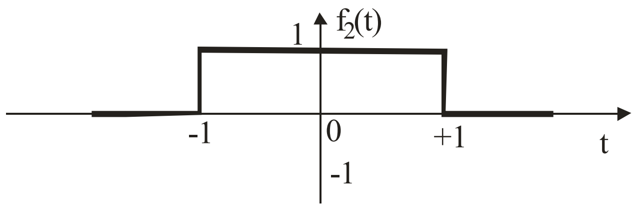


$$f_1(t) = -\sigma(t+1) + \sigma(t) \qquad f_2(t) = \sigma(t) - \sigma(t-1)$$

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t) = -\sigma(t+1) + \sigma(t) + \sigma(t) - \sigma(t-1) = -\sigma(t+1) + 2\sigma(t) - \sigma(t-1)$$

Způsob 2- vytvoříme dva jiné pomocné signály $f_1(t), f_2(t)$ a tyto potom vynásobíme.

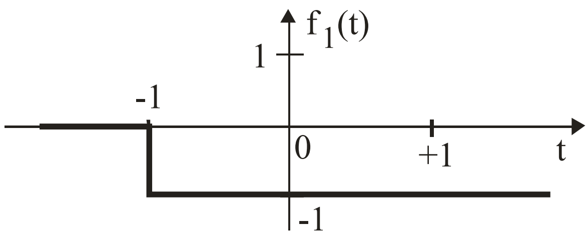


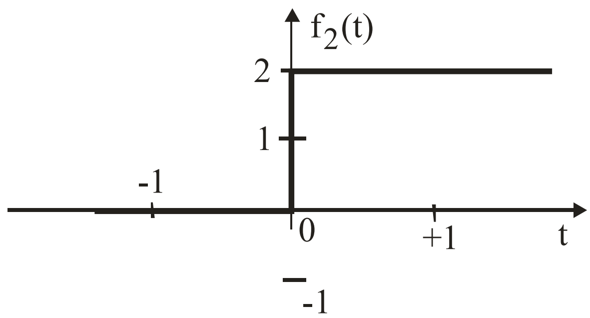


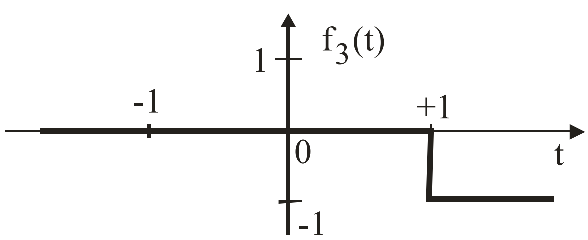
$$f_1(t) = [\sigma(t) - \sigma(-t)] \qquad f_2(t) = [\sigma(t+1) - \sigma(t-1)]$$

$$f(t) = f_1(t)\, f_2(t) = [\sigma(t) - \sigma(-t)][\sigma(t+1) - \sigma(t-1)]$$

Způsob 3- vytvoříme tři jiné pomocné signály $f_1(t) = -\sigma(t+1), f_2(t) = 2\sigma(t), f_3(t) = -\sigma(t-1)$ a tyto potom sečteme. Bude $f(t) = -\sigma(t+1) + 2\sigma(t) - \sigma(t-1)$







Příklad 2. Spojitý systém je popsán diferenciální rovnicí $y'(t)+2y(t)=10u(t)$ kde $y(t)$ je výstup systémy a $u(t)$ je jeho vstup. (**20b)**

a)Vypočtěte operátorový přenos systému. **(4b**)

b) Načrtněte rozložení pólů a nul. Popište osy. Rozhodněte o stabilitě systému. **(4b**)

c) Vypočtěte impulsovou charakteristiku (**3b**) a načrtněte ji. Popište a ocejchujte osy. (**3b**)

d) Vypočtěte přechodovou charakteristiku (**3b**) a načrtněte ji. Popište a ocejchujte osy. (**3b**)

Řešení

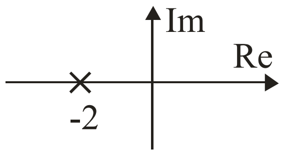
a)

$$y'(t)+2y(t)=10u(t) \quad / \mathscr{L}$$

$$pY(p)+2Y(p)=10U(p)$$

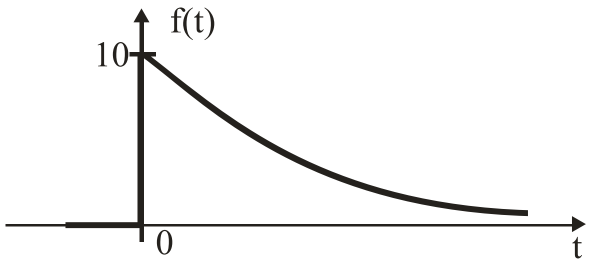
$$F(p)=\frac{Y(p)}{U(p)}=\frac{10}{p+2}=\frac{5}{0,5p+1}$$

b) Systém nemá žádnou nulu a má jediný pól $p_1=-2$. Pól leží v levé polorovině- systém je stabilní



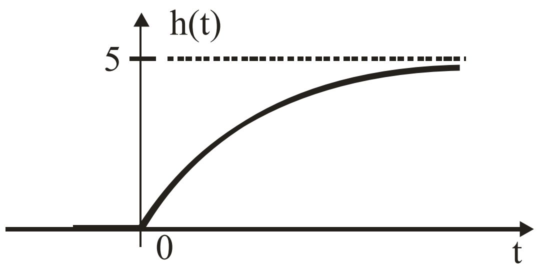
c)

$$g(t)=\mathscr{L}^{-1}\{F(p)\}=\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{10}{p+2}\right\}=10\mathscr{L}^{-1}\left\{\frac{1}{p+2}\right\}=\begin{cases}10e^{-2t} & t\ge 0\\ 0 & t<0\end{cases}$$



d)

$$h(t)=\int_0^t g(t)\,d\tau=\int_0^t 10e^{-2\tau}d\tau=10\left[\frac{e^{-2\tau}}{-2}\right]_0^t=\begin{cases}5\left(1-e^{-2t}\right) & t\ge 0\\ 0 & t<0\end{cases}$$



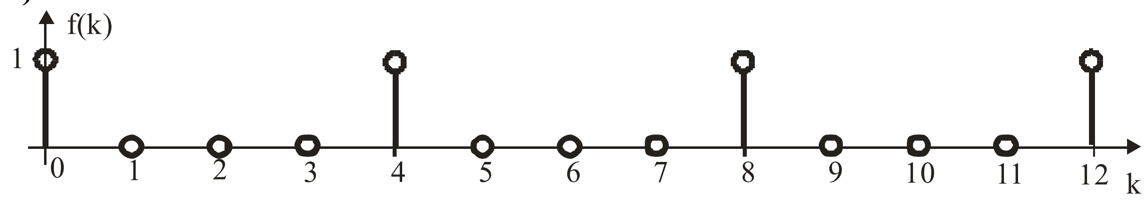
Příklad 3. Je dán diskrétní signál

$$f\left(k\right)=\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta\left(k-4i\right)=...+\delta\left(k+8\right)+\delta\left(k+4\right)+\delta\left(k\right)+\delta\left(k-4\right)+\delta\left(k-8\right)+...\ .\ (\mathbf{15b})$$

a) Načrtněte hodnoty signálu pro $k=0,1,2,...12$ (**2b**). Popište osy (**1b**). Ocejchujte osy (**1b**).
b) Je tento signál periodický? Pokud ano, určete jeho periodu. (**2b**)
c) Vypočtěte spektrum tohoto signálu. (**5b**)
d) Načrtněte amplitudové a fázové spektrum pro $m=0,1,2,3$ (**2b**). Popište osy (**1b**). Ocejchujte osy (**1b**).

Řešení

a)



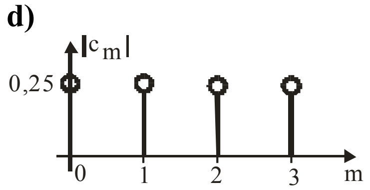
b) Z obrázku je patrno, že signál je periodický a má periodu $N=4$.

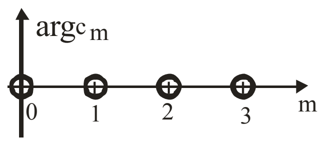
c) Pro výpočet koeficientů diskrétní Fourierovy řady platí

$$c_m=\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{3}f\left(k\right)e^{-jm\frac{2\pi}{4}k}\quad m=0,1,2,3\text{. Jelikož } f\left(1\right)=f\left(2\right)=f\left(3\right)=0 \text{ bude}$$

$$c_m=\frac{1}{4}f\left(0\right)e^{-jm\frac{2\pi}{4}0}=\frac{1}{4}\quad m=0,1,2,3$$

d)





Příklad 4. Lineární diskrétní systém se vstupem $u(k)$ a výstupem $y(k)$ je popsán diferenční rovnicí $y(k)-0,5y(k-1)=u(k)$. (**20b**)

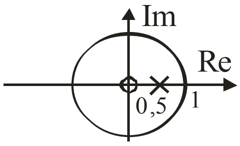
a) Vypočtěte Z přenos systému. (**4b**)
b) Načrtněte rozložení pólů a nul. Popište osy. Určete stabilitu systému. (**4b**)
c) Vypočtěte impulsovou charakteristiku (**3b**) a načrtněte ji pro první 4 hodnoty. (**3b**)
d) Vypočtěte přechodovou charakteristiku (**3b**) a načrtněte ji pro první 4 hodnoty. (**3b**)

Řešení

a) $Y(z)-0,5z^{-1}Y(z)=U(z)$

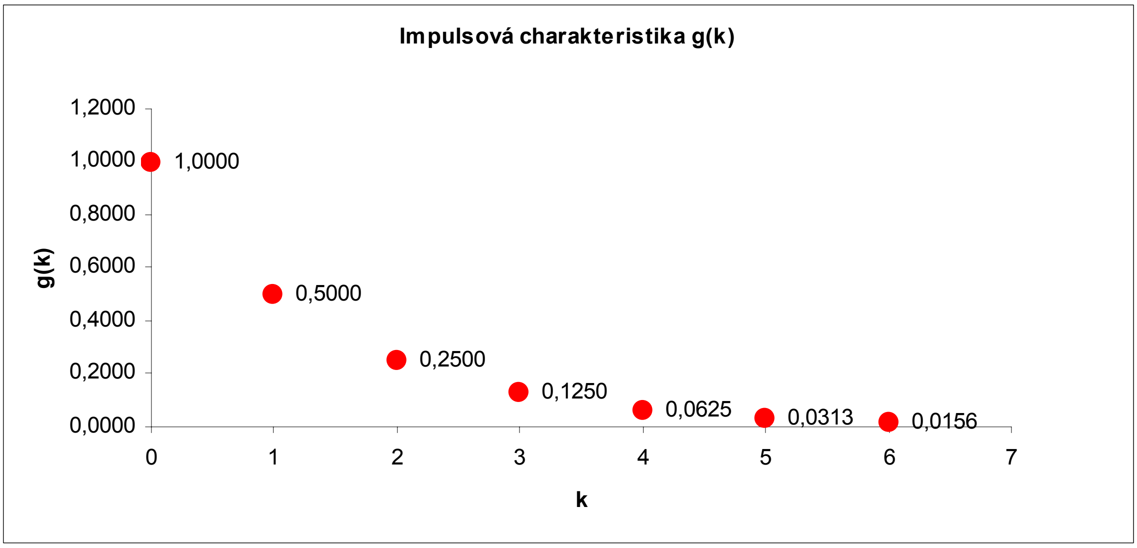
$$F(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{1}{1-0,5z^{-1}}=\frac{z}{z-0,5}$$

b) Systém má jednu nulu $n_1=0$ a jeden pól $z_1=+0,5$, který leží uvnitř jednotkové kružnice a proto je stabilní.



c) Způsob 1- výpočet z operátorového přenosu

$$g(k)=\mathcal{Z}^{-1}\{F(z)\}=\mathcal{Z}^{-1}\left\{\frac{z}{z-0,5}\right\}=\begin{cases}(0,5)^k & k\geq 0\\ 0 & k<0\end{cases}$$



Způsob 2- přímé řešení diferenční rovnice

$$y(k)-0,5y(k-1)=u(k) \quad u(k)=\delta(k)$$

$$k=0 \quad y(0)=0,5y(-1)+u(0)=0+1=1$$

$$k=1 \quad y(1)=0,5y(0)+u(1)=0,5+0=0,5$$

$$k=2 \quad y(2)=0,5y(1)+u(2)=0,25+0=0,25$$

$$k=3 \quad y(3)=0,5y(2)+u(3)=0,125+0=0,125$$

Způsob 3 – dělení polynomů

čitatel		jmenovatel		podíl			
z^1	z^0	z^1	z^0	z^0	z^(-1)	z(-2)	z^(-3)
1	0	1	-0,5	1,000	0,500	0,250	0,125

1	-0,5			
0	0,5			
	0,5	-0,25		
	0	0,25		
		0,25	-0,125	
		0	0,125	
			0,125	-0,063

d) Způsob 1- výpočet z impulsové charakteristiky

$$h(k)=\sum_{i=0}^{k} g(i)=\sum_{i=0}^{k}(0,5)^{i}=\frac{1-(0,5)^{k+1}}{1-0,5}=2\left[1-(0,5)^{k+1}\right]=2-(0,5)^{k}$$

$$h(0)=2-(0,5)^{0}=1$$

$$h(1)=2-(0,5)^{1}=1,5$$

$$h(2)=2-(0,5)^{2}=2-0,25=1,75$$

$$h(3)=2-(0,5)^{3}=2-0,125=1,875$$

Způsob 2- přímé řešení diferenční rovnice

$$y(k)=0,5y(k-1)+u(k) \quad u(k)=\sigma(k)$$

$$k=0 \quad y(0)=0,5y(-1)+u(0)=0+1=1$$

$$k=1 \quad y(1)=0,5y(0)+u(1)=0,5+1=1,5$$

$$k=2 \quad y(2)=0,5y(1)+u(2)=0,75+1=1,75$$

$$k=3 \quad y(3)=0,5y(2)+u(3)=0,875+1=1,875$$

Způsob 3 – postupnou sumací impulsové charakteristiky

$$h(k)=\sum_{i=0}^{k} g(i) \quad \Rightarrow \quad h(k)=h(k-1)+g(k)$$

$$h(0)=g(0)=1$$

$$h(1)=h(0)+g(1)=1+0,5=1,5$$

$$h(2)=h(1)+g(2)=1,5+0,25=1,75$$

$$h(3)=h(2)+g(3)=1,75+0,125=1,875$$