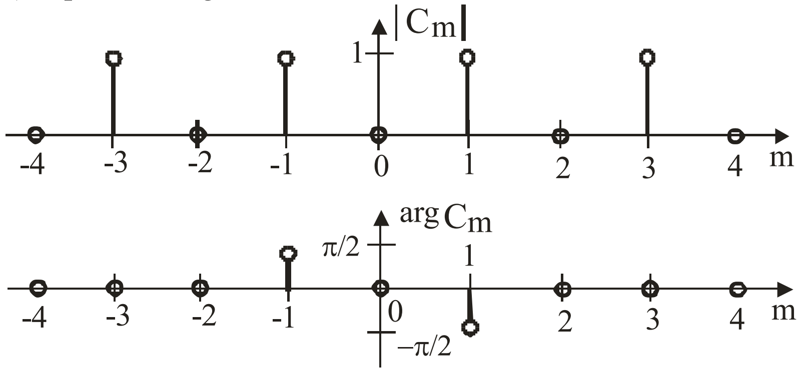
2007 B/KSAS 1.termín 17.1.2008, sk.B	Jméno:	ID=

1. Diskrétní spektrum periodického signálu $f(t)$ s periodou $P=\pi$ má čtyři nenulové koeficienty $c_1=-j, c_{-1}=j, c_3=1, c_{-3}=1$ a ostatní koeficienty spektra jsou nulové. (**15b**)

a) Nakreslete amplitudové a fázové spektrum signálu (**3b).**
b) Vypočtěte časový průběh signálu (**6b**)
c) Vypočtěte výkon signálu (**6b**).

Řešení

a) Spektrum signálu.



b) Časový průběh signálu

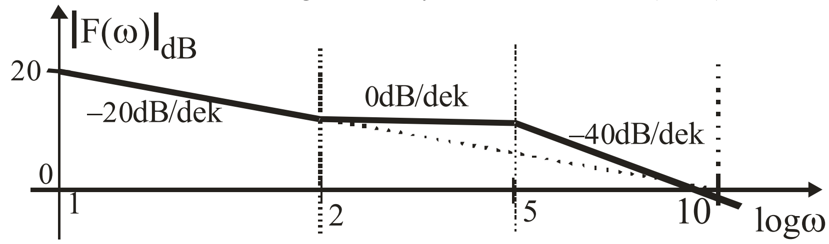
$$f(t)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m e^{jm\frac{2\pi}{P}t}=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m e^{jm2t}=c_1e^{j2t}+c_{-1}e^{-j2t}+c_3e^{j6t}+c_{-3}e^{-j6t}=$$

$$=-je^{j2t}+je^{-j2t}+e^{j6t}+e^{-j6t}=2\frac{e^{j2t}-e^{-j2t}}{2j}+2\frac{e^{j6t}+e^{-j6t}}{2}=2\sin 2t+2\cos 6t$$

c) Výkon signálu v kmitočtové oblasti

$$P_W=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left|c_m\right|^2=\left|c_{-1}\right|^2+\left|c_{+1}\right|^2+\left|c_{-3}\right|^2+\left|c_{+3}\right|^2=1+1+1+1=4$$

2. Spojitý lineární systém bez dopravního zpoždění má asymptotickou amplitudovou frekvenční charakteristiku v logaritmických souřadnicích (**20 b**):



a) Určete operátorový přenos systému (**5 b**)
b) Určete jeho diferenciální rovnici (**5b**)
c) Načrtněte rozložení pólů a nul (**5 b**)
d) Na vstup systému působí harmonický signál $u(t) = U_0 e^{jt}$ kde $U_0 = 0{,}1$. Určete amplitudu výstupního harmonického signálu po odeznění přechodových dějů. (**5b**)

Řešení

a) Operátorový přenos je tvaru $F(p) = \dfrac{K(T_1 p + 1)}{p(T_2 p + 1)^2}$ kde $\dfrac{1}{T_1} = 2 \quad \Rightarrow \quad T_1 = 0{,}5$ a podobně

$\dfrac{1}{T_2} = 5 \quad \Rightarrow \quad T_2 = 0{,}2$. Konstantu K určíme ze vztahu:

$20\,log\left(K/\omega\right)_{\omega=1} = 20dB \quad \Rightarrow \quad 20\,log\left(K\right) = 20dB \quad \Rightarrow \quad log\,K = 1 \quad \Rightarrow K = 10$. Bude tedy

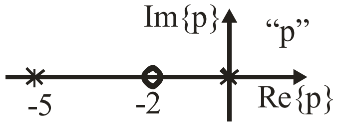
$$F(p) = \frac{10(0{,}5p + 1)}{p(0{,}2p + 1)^2}$$

b) Pro operátorový přenos platí:

$$F(p) = \frac{10(0{,}5p + 1)}{p(0{,}2p + 1)^2} = \frac{10(0{,}5p + 1)}{p\left(0{,}04p^2 + 0{,}4p + 1\right)} = \frac{5p + 10}{0{,}04p^3 + 0{,}4p^2 + p} = \frac{Y(p)}{U(p)}$$. A tedy platí:

$$Y(p)\left(0{,}04p^3 + 0{,}4p^2 + p\right) = (5p + 10)U(p) \quad \Rightarrow \quad 0{,}04y''' + 0{,}4y'' + y' = 5u' + 10u$$

c) Systém má jednu nulu $n_1 = -2$, jeden dvojnásobný pól $p_{1,2} = -1/T_2 = -1/0{,}2 = -5$ a jeden pól v nule.



d) Pro absolutní hodnotu frekvenčního přenosu platí

$$\left|F(j\omega)\right| = \left|F(p = j\omega)\right| = \left|\frac{10(0{,}5j\omega + 1)}{j\omega(0{,}2j\omega + 1)^2}\right| = \frac{10\sqrt{0{,}25\omega^2 + 1}}{|\omega|\left(0{,}04\omega^2 + 1\right)}$$

Pro amplitudu výstupního harmonického signálu bude platit:

$$A = U_0\left|F(j\omega)\right|_{\omega=1} = 0{,}1\frac{10\sqrt{0{,}25 + 1}}{(0{,}04 + 1)} = \frac{\sqrt{1{,}25}}{1{,}04}$$

2007 B/KSAS 1.termín 17.1.2008, sk.B	Jméno:	ID=

3. Je dán diskrétní signál $f\left(k\right)=\sum_{i=-\infty}^{+\infty}\delta\left(k+4i\right)\quad i=...-3,-2,-1,0,+1,+2,+3,...$. (**15b**)

a) Načrtněte hodnoty signálu pro $k=0,1,2,...12$. Ocejchujte osy. (**4b**)

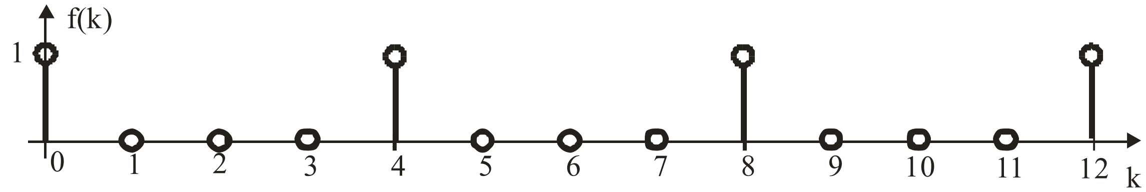
b) Je tento signál periodický? Pokud ano, určete jeho periodu. (**3b**)

c) Vypočtěte spektrum tohoto signálu. (**4b**)

d) Načrtněte amplitudové spektrum tohoto signálu. Ocejchujte osy. (**4b**)

Řešení

a)



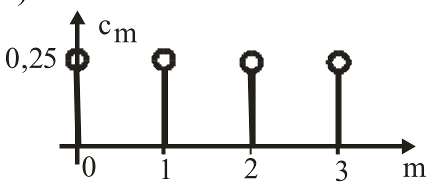
b) Z obrázku je patrno, že signál je periodický a má periodu $N=4$.

c) Pro výpočet koeficientů diskrétní Fourierovy řady platí

$$c_m=\frac{1}{4}\sum_{k=0}^{3}f\left(k\right)e^{-jm\frac{2\pi}{4}k}\quad m=0,1,2,3$$. Jelikož $f\left(1\right)=f\left(2\right)=f\left(3\right)=0$ bude

$$c_m=\frac{1}{4}f\left(0\right)e^{-jm\frac{2\pi}{4}0}=\frac{1}{4}\quad m=0,1,2,3$$

d)



2007 B/KSAS 1.termín 17.1.2008, sk.B	Jméno:	ID=

4. Diskrétní systém má impulsovou charakteristiku $g(k)=\frac{1}{4}\left[\sigma(k-1)-\sigma(k-5)\right]$. (**20b**)

a) Načrtněte $g(k)$ pro $k=0,1,2,3,4,5,6$. (**5b**)

b) Vypočtěte a načrtněte přechodovou charakteristiku $h(k)$ pro $k=0,1,2,3,4,5,6$. (**5b**)

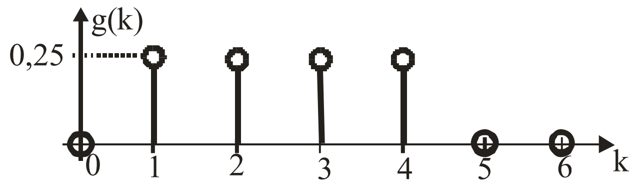
c) Určete operátorový přenos systému. (**5b**)

d) Napište diferenční rovnici systému a slovně popište chování systému. (**5b**)

Pomůcka: $a^4-b^4=(a^2-b^2)(a^2+b^2)=(a-b)(a+b)(a^2+b^2)$

Řešení

a)

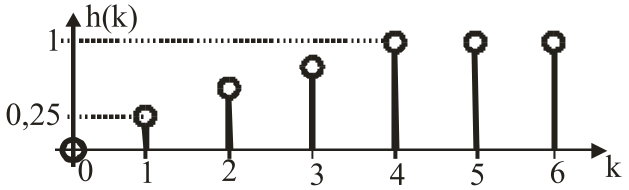


b) Platí $h(k)=\sum_{i=0}^{k} g(i)$ a tedy

$h(0)=g(0)=0$ $\quad$ $h(1)=h(0)+g(1)=0+0,25=0,25$

$h(2)=h(1)+g(2)=0,25+0,25=0,5$ $\quad$ $h(3)=h(2)+g(3)=0,5+0,25=0,75$

$h(4)=h(3)+g(4)=0,75+0,25=1$ $\quad$ $h(k)=1 \quad k>4$



c) Platí:

$$F(z)=Z\{g(k)\}=Z\left\{\frac{1}{4}\left[\sigma(k-1)-\sigma(k-5)\right]\right\}=\frac{1}{4}\left[Z\{\sigma(k-1)\}-Z\{\sigma(k-5)\}\right]=$$

$$=\frac{1}{4}\left[\frac{1}{z-1}-\frac{z^{-4}}{z-1}\right]=\frac{1}{4z^4(z-1)}\left[z^4-1\right]=\frac{(z^2+1)(z^2-1)}{4z^4(z-1)}=\frac{(z^2+1)(z+1)(z-1)}{4z^4(z-1)}=$$

$$=\frac{(z^2+1)(z+1)}{4z^4}=\frac{z^3+z^2+z+1}{4z^4}=\frac{1}{4}\left(z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+z^{-4}\right)$$

d) Platí:

$$F(z)=\frac{Y(z)}{U(z)}=\frac{1}{4}\left(z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+z^{-4}\right) \quad \Rightarrow \quad Y(z)=\frac{1}{4}\left(z^{-1}+z^{-2}+z^{-3}+z^{-4}\right)U(z)$$

$$y(k)=\frac{1}{4}\left[u(k-1)+u(k-2)+u(k-3)+u(k-4)\right]$$

Systém realizuje plovoucí průměr ze 4 hodnot.