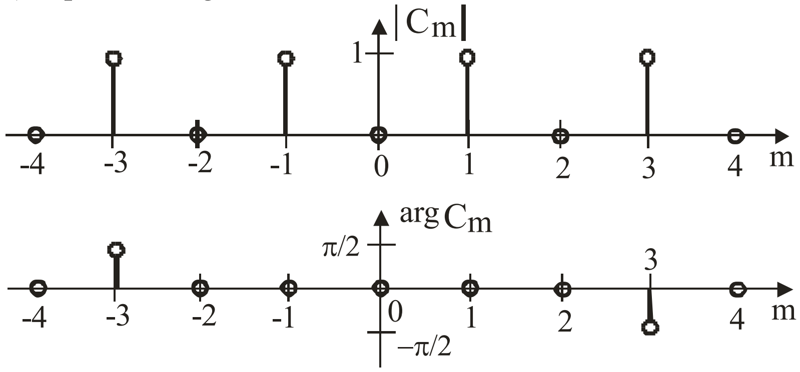
2007 B/KSAS 1.termín 17.1.2008, sk.A	Jméno:	ID=

1. Diskrétní spektrum periodického signálu $f(t)$ s periodou $P=\pi$ má čtyři nenulové koeficienty $c_1=1, c_{-1}=1, c_3=-j, c_{-3}=j$ a ostatní koeficienty spektra jsou nulové. (**15b**)

a) Nakreslete amplitudové a fázové spektrum signálu (**3b).**
b) Vypočtěte časový průběh signálu (**6b**)
c) Vypočtěte výkon signálu (**6b**).

Řešení

a) Spektrum signálu.



b) Časový průběh signálu

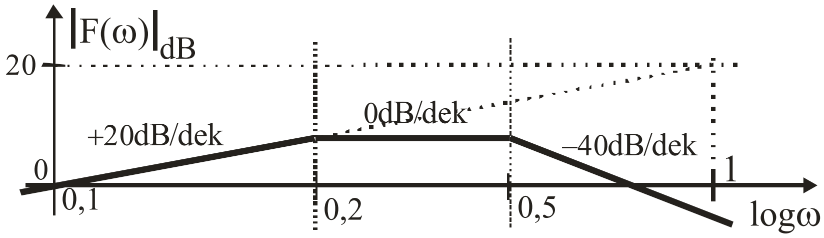
$$f(t)=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m e^{jm\frac{2\pi}{P}t}=\sum_{m=-\infty}^{+\infty} c_m e^{jm2t}=c_1e^{j2t}+c_{-1}e^{-j2t}+c_3e^{j6t}+c_{-3}e^{-j6t}=$$

$$=e^{j2t}+e^{-j2t}-je^{j6t}+je^{-j6t}=2\frac{e^{j2t}+e^{-j2t}}{2}+2\frac{e^{j6t}-e^{-j6t}}{2j}=2\cos 2t+2\sin 6t$$

c) Výkon signálu v kmitočtové oblasti

$$P_W=\sum_{m=-\infty}^{+\infty}\left|c_m\right|^2=\left|c_{-1}\right|^2+\left|c_{+1}\right|^2+\left|c_{-3}\right|^2+\left|c_{+3}\right|^2=1+1+1+1=4$$

2. Spojitý lineární systém bez dopravního zpoždění má asymptotickou amplitudovou frekvenční charakteristiku v logaritmických souřadnicích (**20 b**):



a) Určete operátorový přenos systému (**5b**)
b) Určete jeho diferenciální rovnici (**5b**)
c) Načrtněte rozložení pólů a nul (**5 b**)
d) Na vstup systému působí harmonický signál $u(t)=U_0e^{jt}$ kde $U_0=0{,}1$. Určete amplitudu výstupního harmonického signálu po odeznění přechodových dějů. (**5b**)

Řešení

a) Operátorový přenos je tvaru $F(p)=\dfrac{Kp}{(T_1p+1)(T_2p+1)^2}$ kde $\dfrac{1}{T_1}=0{,}2 \;\Rightarrow\; T_1=5$ a podobně

$\dfrac{1}{T_2}=0{,}5 \;\Rightarrow\; T_2=2$. Konstantu K určíme ze vztahu:

$20\,log(K\omega)\big|_{\omega=0{,}1}=0dB \;\Rightarrow\; 20\,log(0{,}1K)=0dB \;\Rightarrow\; 0{,}1K=1 \;\Rightarrow K=10$. Bude tedy

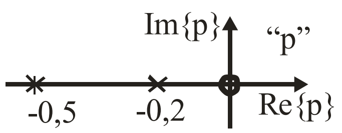
$$F(p)=\frac{10p}{(5p+1)(2p+1)^2}$$

b) Pro operátorový přenos platí:

$$F(p)=\frac{10p}{(5p+1)(2p+1)^2}=\frac{10p}{(5p+1)(4p^2+4p+1)}=\frac{10p}{20p^3+24p^2+9p+1}=\frac{Y(p)}{U(p)}$$. A tedy platí:

$$Y(p)(20p^3+24p^2+9p+1)=10pU(p) \;\Rightarrow\; 20y'''+24y''+9y'+y=10u'$$

c) Systém má jednu nulu $n_1=0$ a tři póly, z toho jeden jednoduchý $p_1=-1/T_1=-1/5=-0{,}2$ a jeden dvojnásobný $p_{2,3}=-1/T_2=-1/2=-0{,}5$.



d) Pro absolutní hodnotu frekvenčního přenosu platí

$$|F(j\omega)|=|F(p=j\omega)|=\left|\frac{10j\omega}{(5j\omega+1)(2j\omega+1)^2}\right|=\frac{10\omega}{\sqrt{25\omega^2+1}\,(4\omega^2+1)}$$

Pro amplitudu výstupního harmonického signálu bude platit:

$$A=U_0|F(j\omega)|\big|_{\omega=1}=0{,}1\frac{10}{\sqrt{25+1}\,(4+1)}=\frac{1}{5\sqrt{26}}=\frac{\sqrt{26}}{130}$$

2007 B/KSAS 1.termín 17.1.2008, sk.A	Jméno:	ID=

3. Je dán diskrétní signál $f(k) = Ae^{j\frac{2\pi}{N}k}$, $k \in (-\infty, +\infty)$ kde k je pořadové číslo vzorku. (**15b**)

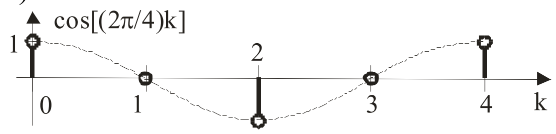
a) Ukažte, že tato posloupnost je periodická s periodou N. (**5b**)
b) Určete výkon tohoto signálu. (**5b**)
c) Načrtněte jednu periodu reálné a imaginární části tohoto signálu pro $N = 4$ a $A = 1$. (**5b**)

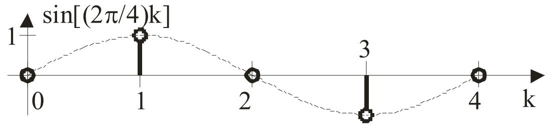
Řešení

a) $f(k+N) = Ae^{j\frac{2\pi}{N}(k+N)} = Ae^{j\frac{2\pi}{N}k}e^{j\frac{2\pi}{N}N} = Ae^{j\frac{2\pi}{N}k}e^{j2\pi} = Ae^{j\frac{2\pi}{N}k} = f(k)$

b) $P_W = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}|f(k)|^2 = \frac{1}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left|Ae^{j\frac{2\pi}{N}k}\right|^2 = \frac{A^2}{N}\sum_{k=0}^{N-1}\left|e^{j\frac{2\pi}{N}k}\right|^2 = \frac{A^2}{N}\sum_{k=0}^{N-1}1 = \frac{A^2}{N}N = A^2$

c)





2007 B/KSAS 1.termín 17.1.2008, sk.A	Jméno:	ID=

4. Diskrétní systém má impulsovou charakteristiku $g(k) = \frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}\delta(k-i)$. (**20b**)

a) Načrtněte $g(k)$ pro $k = 0,1,2,3,4,5,6$. (**5b**)

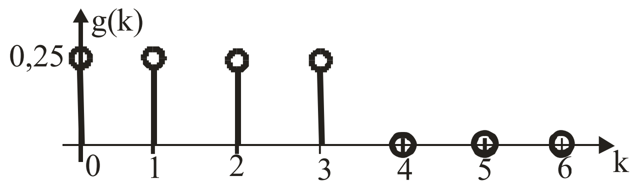
b) Vypočtěte a načrtněte přechodovou charakteristiku $h(k)$ pro $k = 0,1,2,3,4,5,6$. (**5b**)

c) Určete operátorový přenos systému. (**5b**)

d) Napište diferenční rovnivi systému a slovně popište chování systému. (**5b**)

Řešení

a)



b) Platí $h(k) = \sum_{i=0}^{k} g(i)$ a tedy

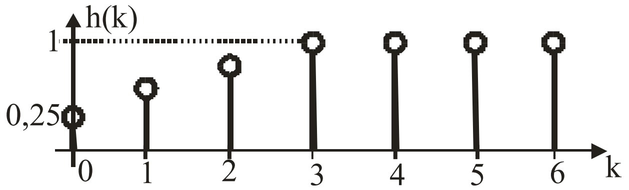
$h(0) = g(0) = 0{,}25$

$h(1) = h(0) + g(1) = 0{,}25 + 0{,}25 = 0{,}5$

$h(2) = h(1) + g(2) = 0{,}5 + 0{,}25 = 0{,}75$

$h(3) = h(2) + g(3) = 0{,}75 + 0{,}25 = 1$

$h(k) = 1 \quad k > 3$



c) Platí:

$$F(z) = Z\{g(k)\} = Z\left\{\frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3}\delta(k-i)\right\} = \frac{1}{4}\sum_{i=0}^{3} Z\{\delta(k-i)\} = \frac{1}{4}\left(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}\right) = \frac{z^3 + z^2 + z + 1}{4z^3}$$

d) Platí:

$$F(z) = \frac{Y(z)}{U(z)} = \frac{1}{4}\left(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}\right) \quad \Rightarrow \quad Y(z) = \frac{1}{4}\left(1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}\right)U(z)$$

$$y(k) = \frac{1}{4}\left[u(k) + u(k-1) + u(k-2) + u(k-3)\right]$$

Systém realizuje plovoucí průměr ze 4 hodnot.